数学・空間図形を平面図形で捉える演習 解答解説

正答・途中式・採点ポイント｜人間確認前の試験版

対象教科	数学
対象単元	空間図形・平面図形（三平方の定理・相似・展開図・断面）
問題数	12問
目標時間	50分
難易度	基礎～標準
公式確認日	2026-08-17

問題 1

一辺6 cmの立方体がある。1つの面だけを正方形として取り出して考えるとき、その面の対角線の長さを求めなさい。

正答：6√2 cm

考え方・途中式

・取り出した面は一辺6 cmの正方形である。

・対角線を斜辺とする直角三角形で、2辺は6 cm、6 cmである。

・対角線²=6²+6²=72より、対角線=6√2 cm。

詳しい解説

立方体全体ではなく、対角線を含む1つの正方形だけに注目すると、平面の三平方の定理を使える。

間違いやすい点

6+6=12 cmとしない。対角線は辺2本をつないだ折れ線より短い。

採点のポイント

正答6√2 cmで4点。単位と根号の整理を人間が確認する。

問題 2

縦3 cm、横4 cm、高さ12 cmの直方体がある。まず底面の対角線を求め、その対角線と高さを含む長方形を考えて、直方体の1つの頂点から反対側の頂点までの長さを求めなさい。

正答：13 cm

考え方・途中式

・底面は3 cm×4 cmの長方形なので、対角線は√(3²+4²)=5 cm。

都立入試ナビ

・底面の対角線5 cmと高さ12 cmを辺とする長方形を取り出す。

・求める長さは$\sqrt{(5^2+12^2)}=\sqrt{169}=13$ cm。

詳しい解説

空間の対角線を一度に考えず、底面の対角線を求めてから縦の断面へ移す二段階の処理である。

間違いやすい点

3+4+12=19 cmとしない。また、底面対角線5 cmを求めずに高さとの直角関係を見失わない。

採点のポイント

底面対角線5 cmと最終答13 cmがそろって5点。部分点は人間が判断する。

問題 3

一辺4 cmの立方体で、底面の対角線とそれに対応する上面の対角線を結んでできる長方形を考える。この長方形の対角線、すなわち立方体の空間対角線の長さを求めなさい。

正答: $4\sqrt{3}$ cm

考え方・途中式

・底面の対角線は$\sqrt{(4^2+4^2)}=4\sqrt{2}$ cm。

・取り出した長方形の2辺は$4\sqrt{2}$ cmと4 cmである。

・空間対角線$^2=(4\sqrt{2})^2+4^2=32+16=48$より、$4\sqrt{3}$ cm。

詳しい解説

斜めの長方形を立方体から取り出すと、その対角線として空間対角線を捉えられる。

間違いやすい点

面対角線$4\sqrt{2}$ cmを最終答にしない。高さ4 cmをもう一度使う。

採点のポイント

正答$4\sqrt{3}$ cmで5点。面対角線を使う過程も確認する。

問題 4

底面の半径が3 cm、高さが8 cmの円柱を、底面の中心を通り底面に垂直な平面で切る。できる長方形の対角線の長さを求めなさい。

正答: 10 cm

考え方・途中式

・軸を含む断面は、横が直径6 cm、縦が高さ8 cmの長方形である。

・対角線$^2=6^2+8^2=36+64=100$。

・対角線=10 cm。

都立入試ナビ

詳しい解説

円柱の軸を含む断面では、底面の半径ではなく直径が長方形の横の長さになる。

間違いやすい点

横を半径3 cmとして$\sqrt{73}$ cmにしない。

採点のポイント

断面の横6 cmと正答10 cmで4点。

問題 5

底面の半径が5 cm、高さが12 cmの直円すいを、頂点と底面の中心を通る平面で切る。できる二等辺三角形の等しい2辺（母線）の長さを求めなさい。

正答: 13 cm

考え方・途中式

・軸を含む断面では、中心から底面の円周までが半径5 cmである。

・高さ12 cmと半径5 cmは直角をつくり、母線が斜辺となる。

・母線=$\sqrt{(12^2+5^2)}$=$\sqrt{169}$=13 cm。

詳しい解説

二等辺三角形を高さで二分すると、5 cm、12 cm、13 cmの直角三角形になる。

間違いやすい点

断面の底辺10 cm全体を高さ12 cmと組み合わせない。母線1本には半径5 cmを使う。

採点のポイント

正答13 cmで4点。半径を使ったことを確認する。

問題 6

底面が一辺6 cmの正方形、高さが4 cmの正四角すいがある。頂点、底面の中心、底面の1つの頂点を通る平面で切る。正四角すいの頂点から底面の頂点までの辺の長さを求めなさい。

正答: $\sqrt{34}$ cm

考え方・途中式

・底面の中心から底面の頂点までは、正方形の対角線6$\sqrt{2}$ cmの半分なので3$\sqrt{2}$ cm。

・切り口に、高さ4 cmと3$\sqrt{2}$ cmを直角な2辺とする三角形ができる。

・求める辺^2=4^2+$(3\sqrt{2})^2$=16+18=34より、$\sqrt{34}$ cm。

詳しい解説

底面では中心から頂点までを先に求め、次に頂点を含む縦の断面で三平方の定理を使う。

都立入試ナビ

間違いやすい点

底面の中心から頂点までを3 cmとしない。これは正方形の対角線の半分である。

採点のポイント

3√2 cmと正答√34 cmがそろって5点。部分点は人間が判断する。

問題 7

半径10 cmの球を、中心から6 cm離れた平面で切る。切り口の円の半径を求めなさい。

正答: 8 cm

考え方・途中式

・球の中心から切り口の円の中心までの距離は6 cm。

・球の半径10 cm、距離6 cm、切り口の半径を含む直角三角形を考える。

・切り口の半径^2=10^2−6^2=100−36=64より、8 cm。

詳しい解説

球の中心と切り口の円周上の点を結ぶと球の半径になり、切り口の中心で直角ができる。

間違いやすい点

10−6=4 cmとしない。3本の線分は一直線ではなく直角三角形をつくる。

採点のポイント

正答8 cmで4点。直角三角形の対応を確認する。

問題 8

高さ15 cm、底面の半径10 cmの直円すいを、底面に平行で頂点から6 cmの位置にある平面で切る。頂点側にできる小さい円すいの底面の半径を求めなさい。

正答: 4 cm

考え方・途中式

・軸を含む断面で、大きい三角形と小さい三角形は相似である。

・高さの比は6:15=2:5。

・半径も同じ比なので、小さい半径=10×2/5=4 cm。

詳しい解説

底面に平行な切り口では、軸を含む2つの三角形が相似になり、高さと半径が同じ比で変わる。

間違いやすい点

底面から6 cmと読み替えない。問題では頂点から6 cmである。

都立入試ナビ

採点のポイント

相似比2:5と正答4 cmで5点。

問題 9

底面が辺6 cm、8 cm、10 cmの直角三角形で、高さが24 cmの三角柱がある。底面の斜辺10 cmと、それに平行な上面の辺を結んでできる長方形の対角線を求めなさい。

正答: 26 cm

考え方・途中式

・取り出した断面は、横10 cm、縦24 cmの長方形である。

・対角線^2=10^2+24^2=100+576=676。

・対角線=26 cm。

詳しい解説

三角柱の側面のうち、底面の斜辺に対応する長方形だけを取り出して考える。

間違いやすい点

底面の他の辺6 cmや8 cmを使わない。指定された斜辺に対応する側面は10 cm×24 cmである。

採点のポイント

正答26 cmで4点。対応する側面の選択も確認する。

問題 10

一辺5 cmの立方体で、同じ頂点から出る3本の辺のそれぞれの反対側の端点を結ぶ平面を考える。この3点を結んでできる三角形の周の長さを求めなさい。

正答: 15√2 cm

考え方・途中式

・三角形の各辺は、立方体の面で一辺5 cmの正方形の対角線になる。

・各辺の長さは√(5^2+5^2)=5√2 cm。

・3辺は等しいので、周の長さ=3×5√2=15√2 cm。

詳しい解説

3点間の線分はそれぞれ別の正方形の面対角線であり、切り口は正三角形になる。

間違いやすい点

立方体の辺5 cmを三角形の辺としない。三角形の各辺は面を斜めに横切る。

採点のポイント

各辺5√2 cmと正答15√2 cmで5点。

都立入試ナビ

問題 11

高さ12 cm、底面が一辺8 cmの正四角すいを、底面に平行な平面で切る。切る平面は底面から3 cm上にある。切り口の正方形の一辺の長さを求めなさい。

正答: 6 cm

考え方・途中式

・頂点から底面までの高さは12 cm、頂点から切り口までの高さは12−3=9 cm。

・頂点を含む縦の断面で、小さい三角形と全体の三角形は相似である。

・切り口の一辺:8=9:12より、切り口の一辺=8×9/12=6 cm。

詳しい解説

底面からの距離を、そのまま相似比の分子にせず、頂点から切り口までの高さへ直す。

間違いやすい点

8×3/12=2 cmとしない。頂点側の小さい四角すいの高さは9 cmである。

採点のポイント

高さ9 cm、比9:12、正答6 cmで5点。

問題 12

縦3 cm、横4 cm、高さ12 cmの直方体の表面上で、ある頂点から反対側の頂点まで糸を最短になるように張る。3種類の代表的な展開を考えると、長さはそれぞれ $\sqrt{((3+4)^2+12^2)}$、$\sqrt{((3+12)^2+4^2)}$、$\sqrt{((4+12)^2+3^2)}$ となる。最短の長さを求めなさい。

正答: $\sqrt{193}$ cm

考え方・途中式

・第1の展開は$\sqrt{(7^2+12^2)}=\sqrt{193}$ cm。

・第2の展開は$\sqrt{(15^2+4^2)}=\sqrt{241}$ cm、第3の展開は$\sqrt{(16^2+3^2)}=\sqrt{265}$ cm。

・3つを比べると$\sqrt{193}$が最小なので、最短は$\sqrt{193}$ cm。

詳しい解説

立体の表面上の最短経路は、通る面を展開して1枚の長方形にし、平面上の直線として比べる。

間違いやすい点

空間対角線13 cmと混同しない。表面上の糸は立体の内部を通れない。

採点のポイント

3つの候補を比較し、正答$\sqrt{193}$ cmを選べて5点。

都立入試ナビ

部分点の考え方

途中式が正しくても最終答案が誤っている場合の部分点は、実際の採点基準と教材目的を踏まえて人間が判断する。

関連単元

空間図形・平面図形（三平方の定理・相似・展開図・断面）

復習方法

・誤答した問題は、使った平面図形の名称と直角の位置を書き添えて解き直す。

・根号を含む答えは、平方して元の長さの関係に戻るか再確認する。

・相似の問題は、対応する長さを矢印で結び、比の向きをそろえて再計算する。

公式情報確認日：2026-08-17

都立入試ナビ

都立入試ナビ

都立入試ナビ